

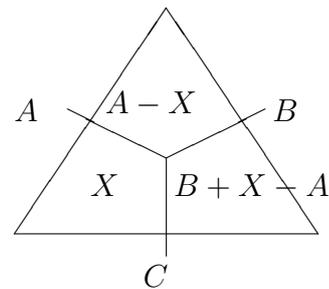
ZAHLEN-MAUERN UND -DREIECKE DURCH VERGLEICHEN UND PROBIEREN

Es geht um Zahlen-Mauern der Höhe 3 mit 3 Einträgen nur in den Ecken und der Spitze und Zahlen-Dreiecke mit 3 Einträgen aussen, innen leer. Die kann man nicht durch direktes Vorgehen lösen. Wir gehen davon aus, dass eine Lösung mit Zahlen $0, 1, \dots$ existiert. Die ist dann eindeutig.

Bei einem systematischen Vorgehen schreibt man in eines der leeren Felder die Unbekannte X und bestimmt wie im direkten Vorgehen Ausdrücke in X für die anderen leeren Felder. Zusammen mit einer der gegebenen Zahlen erhält man aus diesen eine lineare Gleichung für X . Wir notieren die gegebenen Zahlen mit A, B, C .

$$\begin{array}{ccccc}
 & & C & & \\
 X + A & & & & X + B \\
 A & & X & & B
 \end{array}$$

$$\boxed{X = (C - A - B) : 2}$$



$$\boxed{X = (A + C - B) : 2}$$

So gehts in der Grundschule natürlich nicht. Stattdessen wird Vergleichen und Probieren propagiert. Mustererkennung und Probieren (sinnvoll oder nicht) sind Hauptlernziele des Zahlenbuchs.

1. VERGLEICHEN

- Gegeben
 - (1) Mauer- oder Dreieck-Aufgabe
 - (2) gelöste Mauer oder Dreieck
 - (3) Zahl (oder Bruchzahl) A so, dass die Zahlen in (1) das A -Fache der Zahlen aus (2) an entsprechender Stelle sind
- dann geben die A -Fachen der Zahlen in (2) eine Lösung von (1)
- Vor dem Rechnen immer nach solchen Vergleichen schauen.

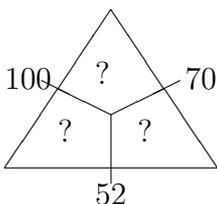
2. PROBIEREN

- Das *Probierfeld* ist
 - bei der Mauer das leere mittlere Feld in der untersten Zeile
 - beim Dreieck nach Wahl eines der beiden leeren Felder im Inneren neben der kleinsten Zahl
- Die *Zielzahl* im *Zielfeld* ist
 - bei der Mauer die Zahl in der Spitze
 - beim Dreieck die zweite Zahl neben dem Probierfeld
- Die *Deckelzahl* ist
 - bei der Mauer die Zielzahl in der Spitze (Du kannst auch noch die beiden anderen Zahlen abziehen)
 - beim Dreieck die kleinste Zahl.
- Lösche die Zielzahl im Zielfeld
- Wenn Du im Probierfeld eine *Probierzahl* einträgst, so entsteht eine Mauer oder Dreieck, die Du mit direktem Vorgehen lösen kannst
- Die Zahl im Zielfeld ist dann die *Ergebniszahl*
- Mach Dir eine Liste bei der in jeder Zeile zwei Probierzahlen stehen: *klein* links und *gross* rechts
- Eine Ergebniszahl zu *klein* heisse *kleine Ergebniszahl*. Eine Ergebniszahl zu *gross* heisse *grosse Ergebniszahl*
- In die erste Zeile kommen 0 und die Deckelzahl.
- Die Liste wird so aufgebaut:
 - wähle eine neue Probierzahl, die zwischen *klein* und *gross* aus der vorangehenden Zeile liegt (und von beiden verschieden ist). Nenne sie *neu*
 - Am Anfang wähle *neu* ungefähr in der Mitte zwischen *klein* und *gross*
 - Liegt die kleine Ergebniszahl näher bei der Zielzahl als die grosse Ergebniszahl, wähle *neu* näher bei *klein*
 - Liegt die grosse Ergebniszahl näher bei der Zielzahl als die kleine Ergebniszahl, so wähle *neu* näher bei *gross*
 - Berechne zu der Probierzahl *neu* die Ergebniszahl und vergleiche sie mit der Zielzahl
 - * Ist Ergebniszahl = Zielzahl, so hast Du gewonnen.
 - * Ist Ergebniszahl > Zielzahl, so kommen *klein* und *neu* in die neue Zeile und *neu* wird ab jetzt *gross* genannt
 - * Ist Ergebniszahl < Zielzahl, so kommen *neu* und *gross* in die neue Zeile und *neu* wird ab jetzt *klein* genannt
- Setze das Verfahren fort bis Du für eine Probierzahl eine Ergebniszahl bekommst, die gleich der Zielzahl ist. Die Rechnung zu dieser Probierzahl gibt Dir die Lösung des Dreiecks

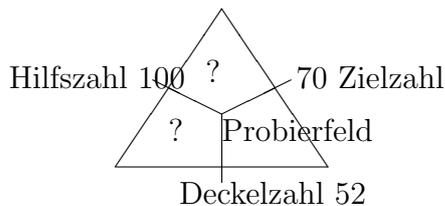
ZAHLEN-MAUERN UND -DREIECKE DURCH VERGLEICHEN UND PROBIEREN

3. BEISPIEL

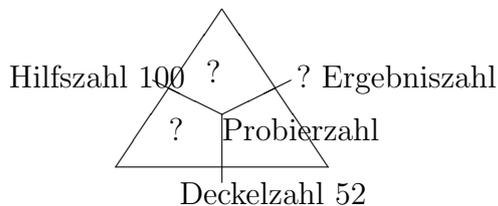
Zu lösen ist



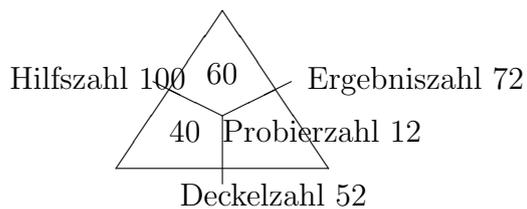
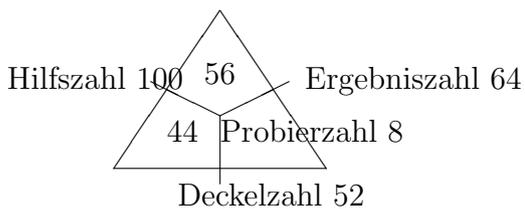
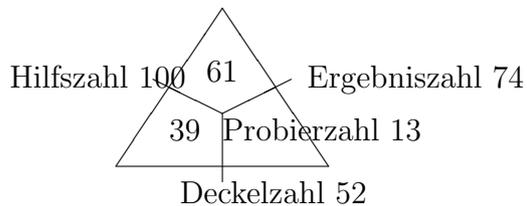
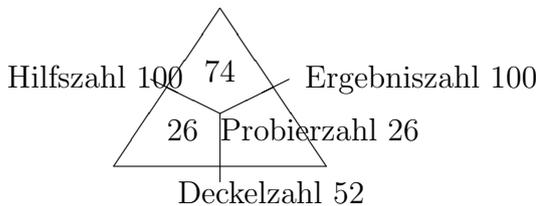
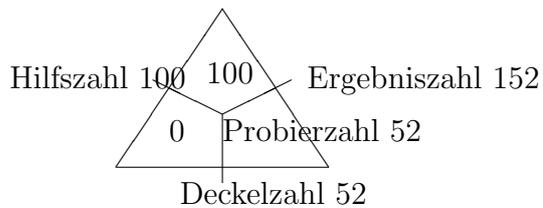
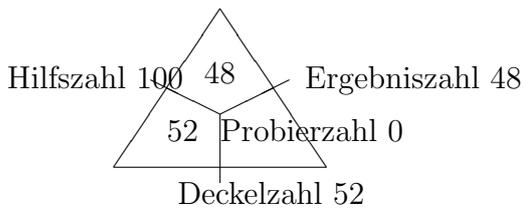
Wir bezeichnen



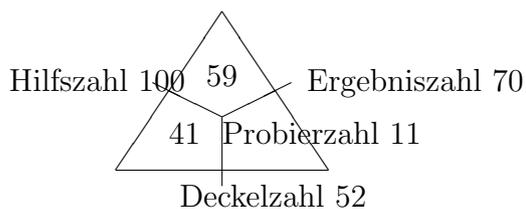
Probier-Dreieck



Wir probieren mit den Zahlen 0, 52, 26, 13, 8, 12, 11.



ZAHLEN-MAUERN UND -DREIECKE DURCH VERGLEICHEN UND PROBIEREN



Wir schreiben Probierzahlen und Ergebniszahlen der Reihe nach in eine Tabelle

Probierzahl	0	52	26	13	8	12	11
Ergebniszahl	48	152	100	74	64	72	70

Dahinter steckt folgender Ablauf des Verfahrens

Probierzahl <i>klein</i>	Probierzahl <i>gross</i>	kleines Ergebnis	Ziel	grosses Ergebnis
0	52	48	70	152
0	26	48	70	100
0	13	48	70	74
8	13	64	70	74
8	12	64	70	72
8	11	64	70	70

Die Zuordnung von Probierzahlen und Ergebniszahlen siehst Du auch in folgender Darstellung. Jeder Kreis verbindet eine Probierzahl mit ihrer Ergebniszahl. Die Kreise sind in der Reihenfolge nummeriert, wie die Probierzahlen gewählt wurden. Es wird hier die Stelle 11, an der die lineare Funktion $f(X) = 2X + 48$ den vorgegebenen Wert 70 annimmt, durch ein Einschliessungsverfahren annähernd (und genau) bestimmt.

ZAHLEN-MAUERN UND -DREIECKE DURCH VERGLEICHEN UND PROBIEREN

