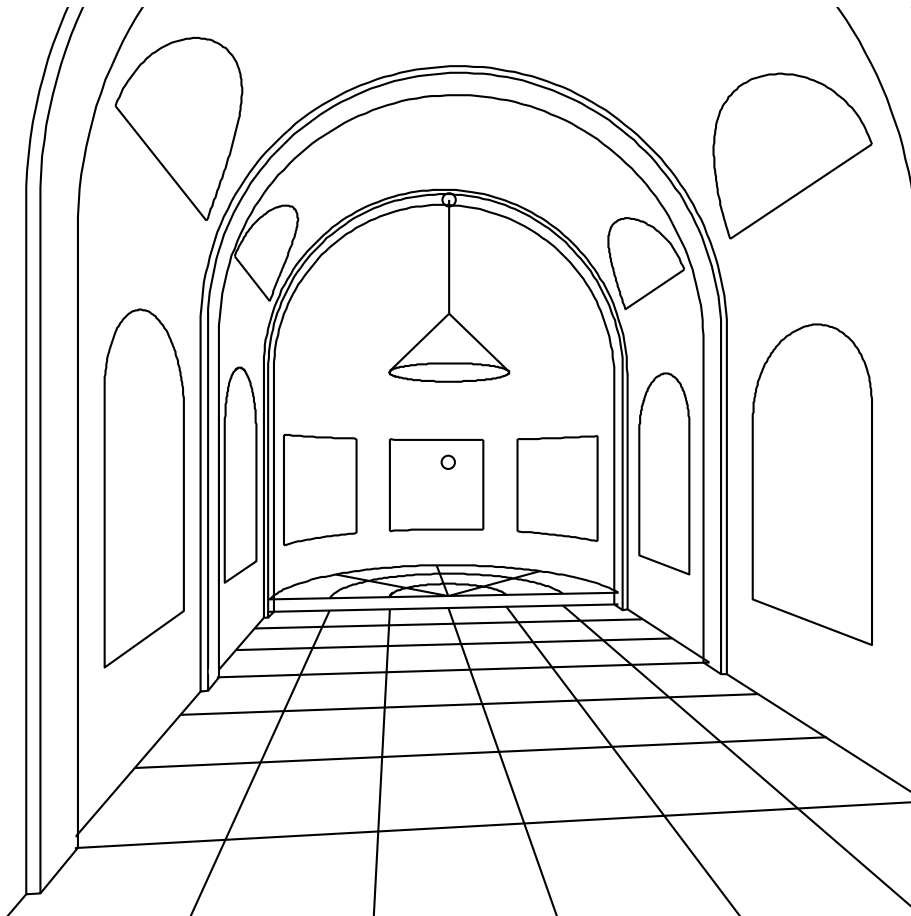


# Darstellende Geometrie

für Architekten



**Erich Hartmann**

Fachbereich Mathematik  
Technische Universität Darmstadt  
SS 05





# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>5</b>
1.1	Abbildungsverfahren . . . . .	5
1.1.1	a) Parallelprojektion . . . . .	6
1.1.2	b) Zentralprojektion . . . . .	7
1.2	Lernziele der Vorlesung . . . . .	8
1.3	Literatur . . . . .	8
1.4	Grundbegriffe . . . . .	9
1.4.1	Bezeichnungen . . . . .	9
1.4.2	Symbole . . . . .	9
1.5	Eigenschaften von Projektionen . . . . .	10
1.5.1	Parallelprojektion . . . . .	10
1.5.2	Zentralprojektion . . . . .	10
1.6	Grundriss, Aufriss, Risskante, Ordner . . . . .	12
<b>2</b>	<b>Axonometrie</b>	<b>13</b>
2.1	Konstruktion eines Bildpunktes . . . . .	13
2.2	Spezielle Axonometrien . . . . .	16
2.2.1	Vogel- und Kavalierperspektive . . . . .	16
2.2.2	Ingenieur-Axonometrie . . . . .	17
2.3	Einschneideverfahren . . . . .	18
2.4	Bemerkungen zur senkrechten Axonometrie . . . . .	20
2.5	Schatten in der Axonometrie . . . . .	20
2.5.1	Schatten bei parallelem Licht . . . . .	20
2.5.2	Schatten bei zentralem Licht . . . . .	21
<b>3</b>	<b>Zwei- und Mehrtafelprojektion, Dachausmittelung</b>	<b>23</b>
3.1	Zweitafelprojektion von Punkten . . . . .	23
3.2	Zweitafelprojektion von Geraden . . . . .	24
3.3	Zweitafelprojektion einer Ebene . . . . .	29
3.4	Weitere Risse (Umprojektionen) . . . . .	32
3.5	Grundaufgaben . . . . .	35
3.5.1	Schnittpunkt (Durchstoßpunkt) Gerade-Ebene . . . . .	35
3.5.2	Wahre Länge einer Strecke . . . . .	38
3.5.3	Wahre Gestalt einer ebenen Figur . . . . .	40
3.5.4	Lot auf eine Ebene . . . . .	41
3.6	Einschneideverfahren bei senkrechter Axonometrie . . . . .	42
3.7	Dachausmittelung . . . . .	47

<b>4</b>	<b>Projektion von Kurven und Flächen</b>	<b>51</b>
4.1	Kreis und Ellipse . . . . .	51
4.2	Normalriss eines Kreises . . . . .	54
4.3	Parallelprojektion einer Ellipse . . . . .	55
4.4	Kreis und Ellipse in der Axonometrie . . . . .	58
4.5	Zylinder und Kegel . . . . .	60
4.6	Abwickelbare Flächen . . . . .	62
4.6.1	Abwicklung eines Drehzylinders . . . . .	62
4.6.2	Abwicklung eines Drehkegels . . . . .	63
4.7	Schraublinien und Schraubflächen . . . . .	65
4.8	Rotationsflächen . . . . .	68
4.9	Regelflächen . . . . .	70
4.10	Rohrflächen . . . . .	71
4.11	Durchdringungen . . . . .	73
4.11.1	Beispiel 1: Gerade $g$ – Kugel $\Phi$ . . . . .	73
4.11.2	Beispiel 2: Gerade $g$ – Kegel $\Phi$ . . . . .	74
4.12	Durchdringungskurve zweier Flächen . . . . .	74
4.12.1	Beispiel 1: Hilfsebenen . . . . .	75
4.12.2	Beispiel 2: Hilfskugeln . . . . .	76
<b>5</b>	<b>Zentralprojektion und Rekonstruktion</b>	<b>83</b>
5.1	Zentralprojektion . . . . .	83
5.1.1	Definitionen zur Zentralprojektion . . . . .	83
5.1.2	Spurpunkt, Fluchtpunkt, Spurgerade, Fluchtgerade . . . . .	86
5.1.3	Konstruktion perspektiver Bilder bei senkrechter Bildtafel . . . . .	87
5.2	Hilfskonstruktionen . . . . .	93
5.2.1	Wahrer Mittelpunkt einer Strecke . . . . .	93
5.2.2	Distanzpunkte . . . . .	94
5.2.3	Fluchtpunkte nicht horizontaler Geraden . . . . .	97
5.2.4	Nicht erreichbare Fluchtpunkte . . . . .	98
5.3	Spiegelung an einer Ebene . . . . .	101
5.4	Schattenkonstruktionen . . . . .	104
5.4.1	Schatten bei Parallelbeleuchtung . . . . .	104
5.4.2	Schatten bei Zentralbeleuchtung . . . . .	106
5.5	Perspektive bei geneigter Bildtafel . . . . .	111
5.6	Rekonstruktionen . . . . .	116
5.6.1	Rekonstruktion bei Standardanordnung und senkrechter Bildtafel . . . . .	116
5.6.2	Bestimmung der äußeren Orientierung . . . . .	120
5.6.3	Rekonstruktion aus Photographien . . . . .	122
5.7	Rekonstruktion bei geneigter Bildtafel . . . . .	128
5.7.1	Bestimmung der wahren Länge einer Strecke in Achsenrichtung . . . . .	129
5.7.2	Entzerrung mit Hilfe des Doppelverhältnisses . . . . .	133
5.8	Abbildung von Kurven . . . . .	136
5.9	Abbildung von Kreisen . . . . .	138
5.10	Abbildung von Flächen . . . . .	145
5.11	Zum Schluss: Aufgaben . . . . .	152

# Kapitel 1

## Einleitung

Die Aufgabe der *Darstellenden Geometrie* besteht darin, räumliche Objekte in einer Zeichenebene darzustellen. Dabei spielen zwei konkurrierende Gesichtspunkte eine wesentlichen Rolle. Will man *Maßgenauigkeit* erreichen, so ist dies meistens nur unter Verlust von *Anschaulichkeit* möglich. Z.B. lassen die beiden folgenden Bilder eines Hauses leicht auf Länge, Breite und Höhe schließen; sie sind aber nicht sehr anschaulich.

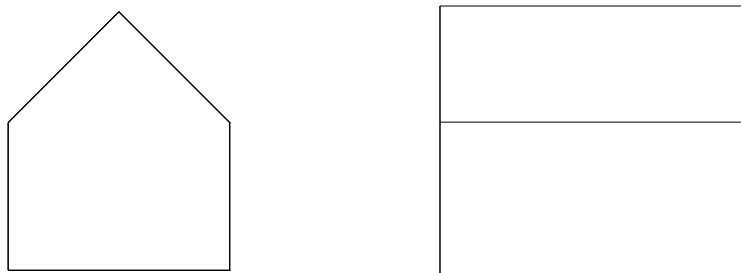


Abbildung 1.1: Haus in Seitenansicht

Dagegen bringen die nächsten beiden Bilder den räumlichen Eindruck mehr zur Geltung. Genaue Abmessungen lassen sich aber (insbesondere aus dem rechten Bild) nur schwer ablesen.

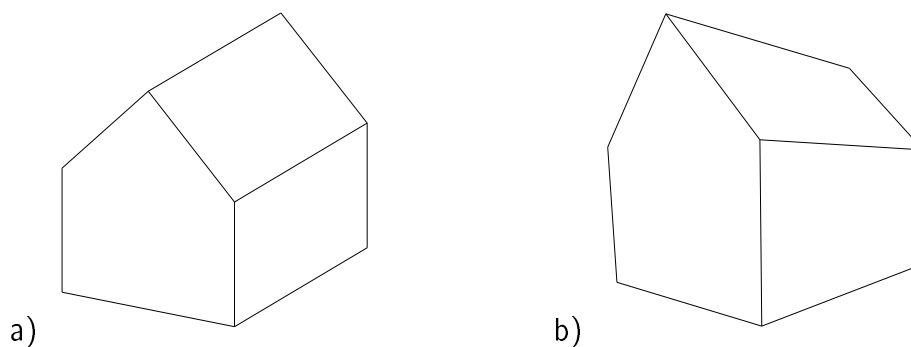


Abbildung 1.2: Haus in a) senkrechter Parallel- und b) Zentralprojektion

### 1.1 Abbildungsverfahren

In der Darstellenden Geometrie bedient man sich im wesentlichen zweier Abbildungsverfahren. Dabei werden Punkte und Kurven eines Objektes mit Hilfe von Strahlen (Geraden) auf eine Bildtafel (Ebene) projiziert:

### 1.1.1 a) Parallelprojektion

Die Abbildungsstrahlen sind **parallel**, wie z.B. beim Sonnenlicht. Dabei unterscheidet man noch die beiden Fälle:

- a1) Die Strahlen stehen **senkrecht** zur Bildtafel (*senkrechte Parallelprojektion*).
- a2) Die Strahlen stehen **nicht senkrecht** zur Bildtafel (*schiefe Parallelprojektion*).

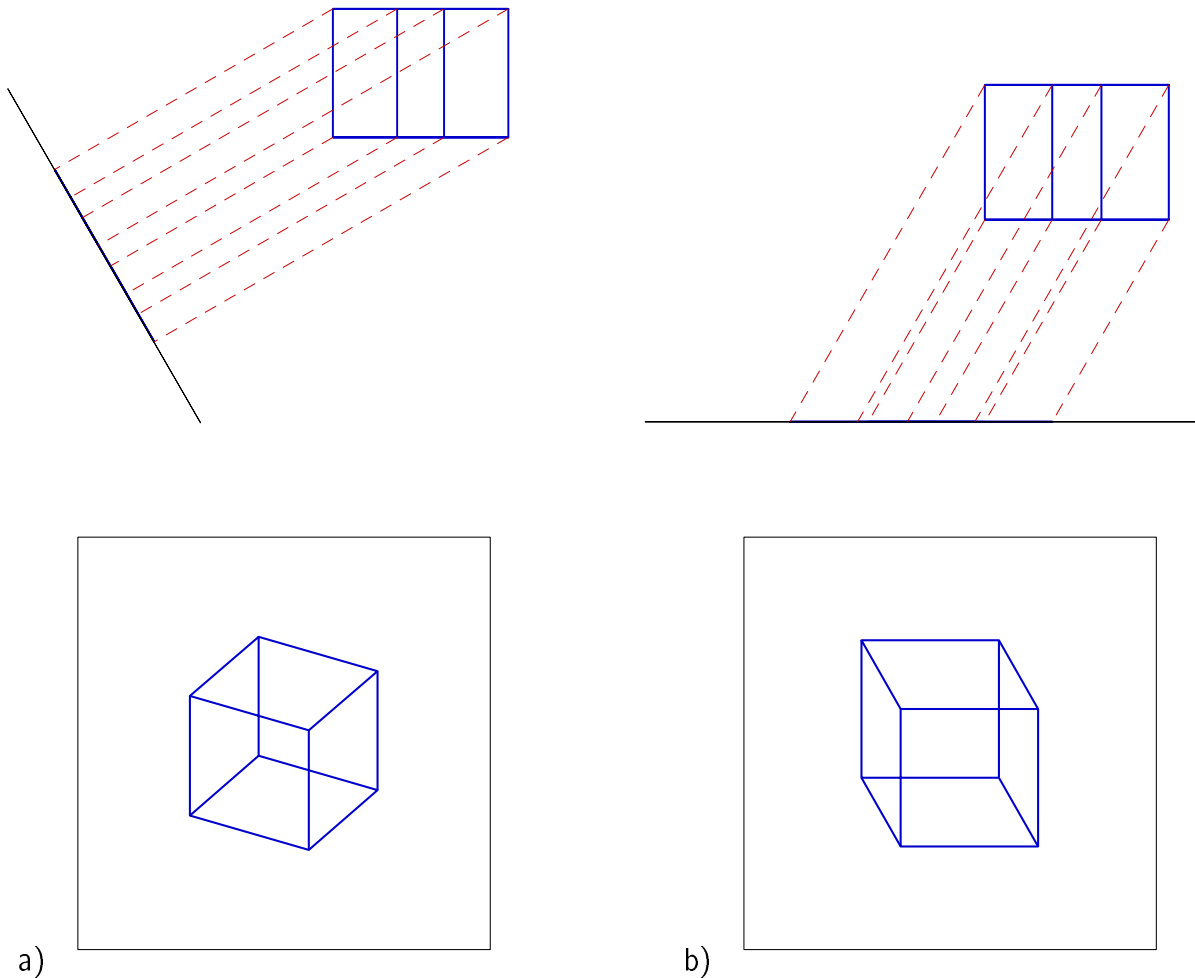


Abbildung 1.3: Quader in a) senkrechter und b) schiefer Parallelprojektion

#### **Bemerkung:**

Parallelprojektionen werden gerne von Ingenieuren verwendet wegen ihrer Verhältnistreue. Der Spezialfall **Vogelperspektive** ist eine schiefe Parallelprojektion (siehe Absch. 2.2.1), die insbesondere zur Veranschaulichung von Stadtplänen verwendet wird. Sie lässt sich relativ einfach von Hand herstellen.

Wir werden hier im Wesentlichen sog. **axonometrische** Bilder (schiefe/senkrechte Parallelprojektionen) mit Hilfe des *Einschneiderverfahrens* herstellen.

### 1.1.2 b) Zentralprojektion

Alle Abbildungsstrahlen gehen durch einen Punkt, *Projektionszentrum* oder *Augpunkt* genannt.

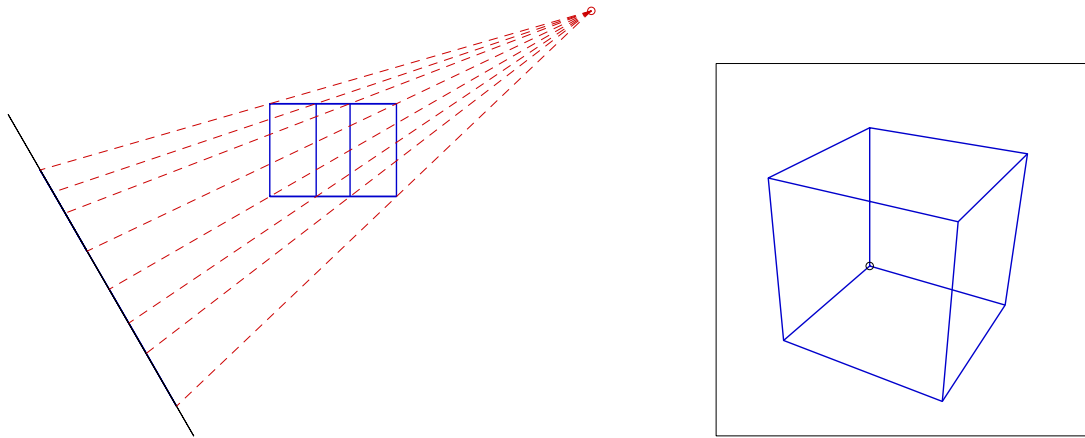


Abbildung 1.4: Quader in Zentralprojektion

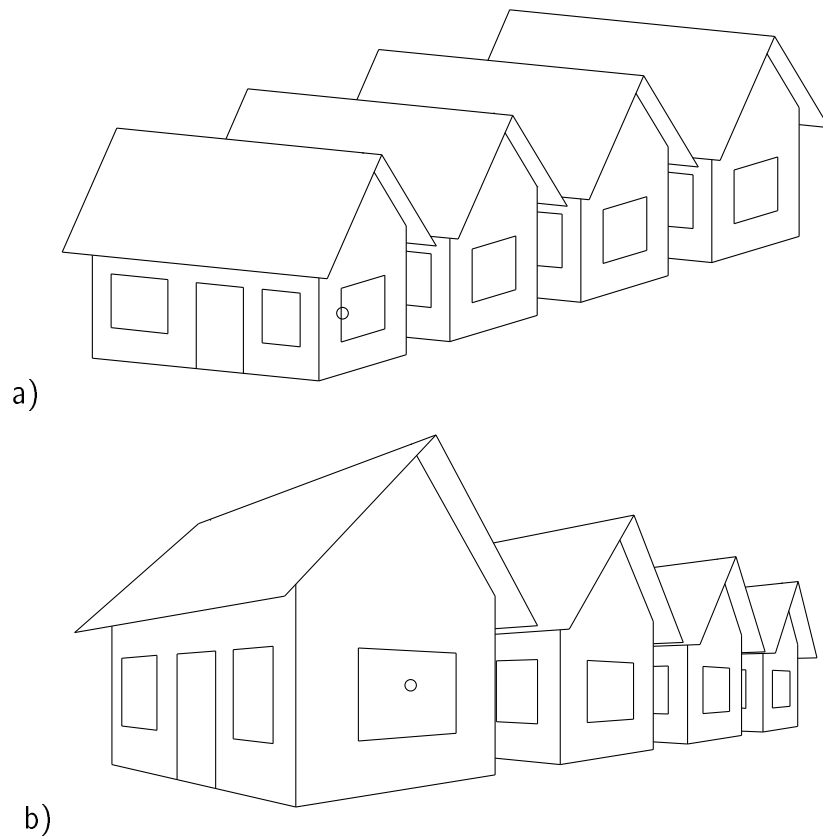


Abbildung 1.5: Häuser in a) Parallelprojektion b) Zentralprojektion

**Merke:**

Bei Parallelprojektion sind die Bilder paralleler Geraden i.a. wieder parallel.

Bei Zentralprojektion schneiden sich die Bilder paralleler Geraden i.a. in einem Punkt, dem *Fluchtpunkt* des Parallelbüschels.

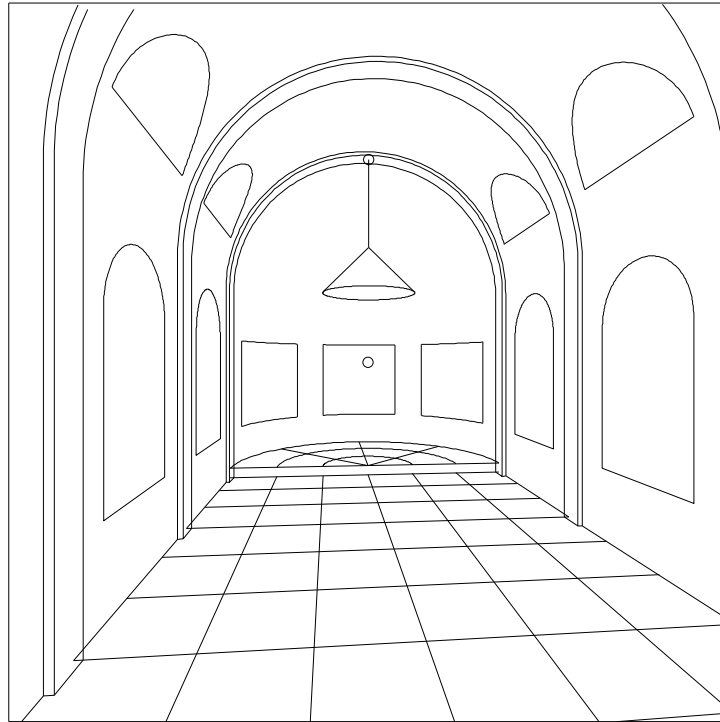


Abbildung 1.6: Festsaal in Zentralprojektion

## 1.2 Lernziele der Vorlesung

Ziel der Vorlesung ist **nicht** das Erstellen komplexer Zeichnungen, hierzu verwendet man Computer. **Statt dessen** sollen die folgenden **Fähigkeiten** erlangt werden:

- von einem 3D-Objekt schnell eine *Skizze anfertigen*,
- vorgefertigte Zeichnungen *lesen*,
- in vorgefertigte Zeichnungen oder Photos *Ergänzungen einfügen*,
- aus vorgefertigten Zeichnungen oder Photos *wahre Längen und Winkel* oder ganze Grund- und Aufrisse bestimmen.

## 1.3 Literatur

Das **Skript** zur Vorlesung ist nicht als Lehrbuch zum Selbststudium gedacht, sondern als Arbeitsblätter. Wesentliche Konstruktionen werden in der Vorlesung erarbeitet und in das Skript eingezeichnet. Da das Skript in der Klausur als einziges Hilfsmittel zugelassen ist, ist es ratsam, regelmäßig an der Vorlesung teilzunehmen und das Skript dort zu vervollständigen.

Wichtige Konstruktionen werden stichwortartig beschrieben und durch Einrahmungen optisch hervorgehoben. Als weiterführende Literatur für Vorlesung und Praxis werden empfohlen:

- a) Leopold: *Geometrische Grundlagen der Architekturdarstellung*, Kohlhammer-Verlag, Köln
- b) Fucke, Kirch, Nickel: *Darstellende Geometrie*, Fachbuchverlag Leipzig,
- c) Graf, Barner: *Darstellende Geometrie*, (nur noch in Bibliotheken zu finden).

Im Folgenden werden **Hinweise** auf entsprechende Textstellen gegeben (z.B.: s. LEO, S. xx, s. FKN, S. yy).