



## 4. Übung geometrische CAD-Grundlagen

### Aufgabe 13:

Eine *Regelfläche* entsteht durch Bewegung einer Geraden entlang einer Kurve  $\Gamma : \mathbf{x} = \mathbf{c}(s)$  durch den Raum:  $\Phi : \mathbf{x} = \mathbf{x}(s, t) = \mathbf{c}(s) + t\mathbf{r}(s)$ .

Es sei  $\Phi$  eine reguläre  $C^2$ -Fläche. Zeigen Sie:

- Die Gauß-Krümmung  $K$  von  $\Phi$  ist stets  $\leq 0$ .
- Falls die Tangentialebenen nicht von  $t$  abhängen (d.h.  $\Phi$  ist *abwickelbar*) gilt sogar  $K = 0$  für alle Flächenpunkte.

### Aufgabe 14:

a) Zeigen Sie: Für die partiellen Ableitungen der Einheitsnormale einer regulären  $C^2$ -Fläche  $\mathbf{x} = \mathbf{x}(u, v)$  gilt:  $\mathbf{n}_u \times \mathbf{n}_v = K(\mathbf{x}_u \times \mathbf{x}_v)$ , wobei  $K$  die Gauß-Krümmung ist.

b) Klassifizieren Sie die Flächenpunkte des "Affensattels"  $\mathbf{x}(x, y) = (x, y, x^3 - 3xy^2)$  bzgl. *elliptisch*, *hyperbolisch*, *parabolisch*. Besitzt die Fläche Flachpunkte?

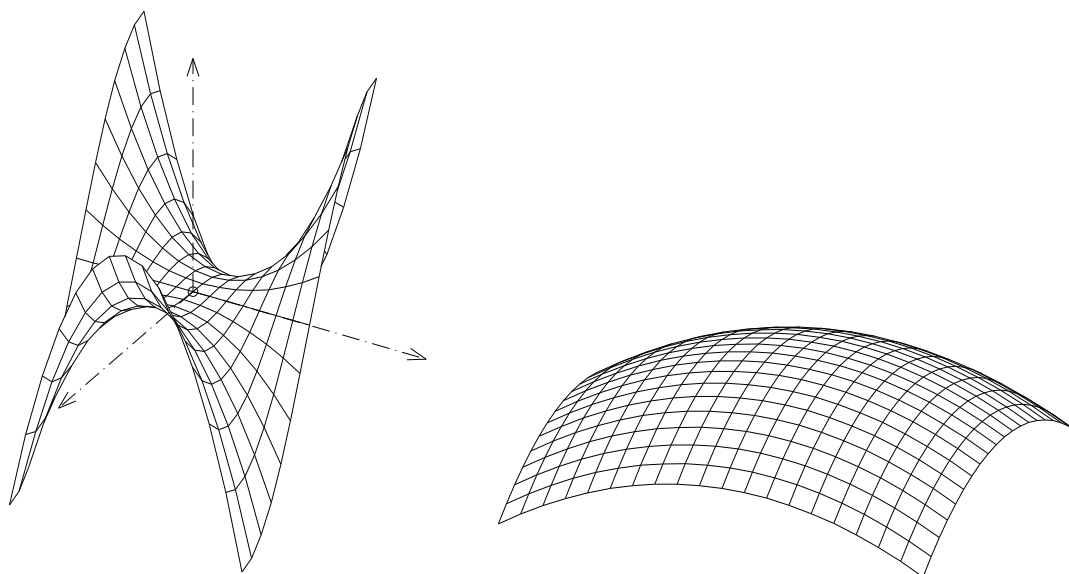


Abbildung 1.1: Affensattel, Fläche zu Aufgabe 15

### Aufgabe 15:

Schreiben Sie einen Algorithmus, der den Lotfußpunkt auf eine parametrisierte Fläche bestimmt und testen Sie diesen an der Fläche  $\Phi : \mathbf{x} = \mathbf{x}(u, v) = (10v - 5, 10u - 5, 6(u - u^2 + v - v^2))^T, 0 \leq u, v \leq 1$ .