

N° d'enregistrement au C.N.R.S. :

A.O. 4800

THÈSES

présentées

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

pour obtenir le grade de

DOCTEUR ÈS SCIENCES MATHÉMATIQUES

par

Klaus KEIMEL

1^{re} Thèse. — Représentation de groupes et d'anneaux réticulés par des sections dans des faisceaux.

2^e Thèse. — Propositions données par la Faculté.

Soutenues, le 16 Juin 1970, devant la Commission d'Examen :

Mme M.L. DUBREIL JACOTIN

Président

MM. J. DIXMIER

M. SCHÜTZENBERGER

Examineurs

1971

RECHERCHES SUR LA REPRESENTATION
DES GROUPES ET DES ANNEAUX
RÉTICULÉS PAR DES
SECTIONS DANS DES FAISCEAUX

par Klaus KEIMEL

REPRESENTATION DE GROUPES ET D'ANNEAUX RÉTICULÉS
PAR DES SECTIONS DANS DES FAISCEAUX

par Klaus KEIMEL

Je remercie vivement Mme DUBREIL-JACOTIN qui m'a encouragé à écrire ce travail, M. DIXMIER qui a bien voulu rapporter cette thèse et M. SCHÜTZENBERGER qui m'a donné le sujet de ma deuxième thèse, ainsi que mes collègues A. BIGARD et S. WOLFENSTEIN pour de nombreuses conversations utiles.

Je tiens à remercier chaleureusement M. K.H. HOFFMANN (Tulane University) dont les idées sont à l'origine de ce travail et qui n'a jamais ménagé son temps ni ses conseils à l'égard de mon travail.

INTRODUCTION

Le but de ce travail est d'établir une théorie de représentation pour les anneaux réticulés et d'en donner des applications.

Nombreux sont les auteurs qui ont donné des représentations de groupes réticulés archimédiens et d'anneaux de fonctions archimédiens au moyen de fonctions continues définies sur certains espaces topologiques à valeurs dans la droite réelle achevée, par exemple D.G. Johnson [21], D. Papert [27], J. Kist [25], J.S. Bernau [1], B.Z. Vulikh [41]. (Nous appelons anneau de fonctions, ou simplement f-anneau, tout anneau réticulé, produit sous-direct d'anneaux totalement ordonnés.) Les méthodes utilisées par ces auteurs ne peuvent plus être appliquées aux groupes réticulés non-archimédiens ni aux anneaux réticulés en général.

Nous cherchons à représenter les anneaux réticulés par des sections de certains faisceaux. Les méthodes que nous utilisons ont été développées par J. Dauns et K.H. Hofmann [11], [12] ainsi que par R.S. Pierce [28] dans la théorie des anneaux (non réticulés). Kist [42], Ch. Mulvey [43] et S. Teleman [34], [35], [36], [37] ont utilisé ces mêmes méthodes de représentation.

Le problème principal que nous nous sommes posé est le suivant :

Etant donné un anneau réticulé A , trouver canoniquement un espace topologique compact BA et un faisceau $\mathcal{F}^B(A)$ d'anneaux réticulés de base BA , tels que A soit isomorphe à l'anneau