

Symmetrien; Algebra, Kombinatorik, Geometrie

Dieses Proseminar wendet sich an Studierende der ersten beiden Semester, die sich außerhalb des regulären Studienplans für weitergehende Fragestellungen interessieren und Lust haben, sich mit ausgewählten Aspekten des Themas *Symmetrien; Algebra, Kombinatorik, Geometrie* zu beschäftigen. Das Proseminar gibt die Gelegenheit, anhand verschiedener Quellen ein einzelnes Thema vorzubereiten, für die Gruppe zu präsentieren und mit allen anderen Teilnehmern gemeinsam zu erörtern. Ziel ist das gemeinsame Erarbeiten interessanter mathematischer Konzepte, Zusammenhänge und Perspektiven; im Vordergrund steht nicht ein vorgegebenes Lernpensum, sondern das fachliche Interesse und die Neugierde der Teilnehmer(innen).

Statt CP kann eine individuelle Becheinigung über die erfolgreiche Teilnahme ausgestellt werden.

Je nach Interesse der Teilnehmer(innen) kann das Proseminar selbverständlich auch (partiell oder insgesamt) in Englischer Sprache durchgeführt werden.

Themen (Auswahl):

- Symmetrien, Gruppen, Symmetriegruppen
- Muster und die 17 ebenen kristallographischen Gruppen
- Lokale und globale Symmetrien: Pseudogruppen, Gruppoide, ...
- Der Rado-Graph und 0-1-Gesetze
- Cayleygraphen und -gruppen: algebraische Konstruktionen
- Graphenisomorphie und kombinatorische Approximationen
- Graphenisomorphie und algebraische Approximationen
- Algebraische Methoden in der Kombinatorik
- Elementare algebraische Graphentheorie

Zur **Voranmeldung** bitte ich um **Email an: otto@mathematik.tu-darmstadt.de**; alle Interessenten werden dann zu einer Vorbesprechung noch in der vorlesungsfreien Zeit eingeladen.

Vorbesprechung: Mittwoch, 9.4., 14:00
in der Handbibliothek der AG Logik, Raum 201

Themenübersicht (Themenauswahl)

Symmetrien, Gruppen, Symmetriegruppen: Beispiele zu Symmetriegruppen, Automorphismengruppen von Strukturen; Cayley Gruppen und Cayley Graphen; Satz von Frucht.

Div. Quellen und Lehrbücher (zB zu Euklidischen Bewegungen, Möbiustransformationen, ...)

R. Frucht: Herstellung von Graphen mit vorgegebener abstrakter Gruppe, *Compositio Mathematica*, 6, S. 239–250, 1938.

Evtl. auch: Elementare Begriffe zu Permutationsgruppen, Gruppenoperationen (zB P. Cameron in *Handbook of Combinatorics*)

Evtl. mehr zu Geometrie und Transformationen, Erlanger Programm (F. Klein: *Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus*, Band II, Teil III))

Muster und die 17 ebenen kristallographischen Gruppen Ansatz zur Klassifikation, Übersicht und Beispiele, geometrische Analyse anhand von Nikulin–Shafarevich: *Geometries and Groups* §7,8.

Lokale und globale Symmetrien: Lokale Symmetrien und partielle Isomorphismen, Verallgemeinerungen des Gruppenkonzepts: Pseudogruppen, inverse Halbgruppen, Gruppoide (Motivation & Beispiele); elementar-kombinatorischer Beweis eines Satzes von Hrushovski; Back&Forth-Systeme als Approximationen der Isomorphie (zB ein Satz von Cantor).

Lawson: *Inverse Semigroups* (Introduction, Chapter 1). B. Herwig, D. Lascar: Extending partial isomorphisms and the profinite topology on free groups. *Transactions of the AMS*, 352, S. 1985–2021, 2000. W. Hodges: *A Shorter Model Theory*. M. Otto: *Lecture Notes on Finite Model Theory*.

Der Rado-Graph und 0-1-Gesetze: Idee des Zufallsgraphen und asymptotisch fast sichere Eigenschaften endlicher Graphen; konkrete Realisierungen des Rado-Graphen und seine logisch-kombinatorischen Eigenschaften.

M. Otto: *Lecture Notes on Finite Model Theory*, Chapter 3. J. Spencer in: *Finite Model Theory and Its Applications*.

Cayleygraphen und -gruppen: algebraische Konstruktionen: ZB: Konstruktion homogener endlicher Graphen mit Azyklizitätsbedingungen.

N. Alon in *Handbook of Combinatorics: Methods from higher algebra*. Evtl. G. Margulis: Explicit construction of graphs without short cycles and low density codes, *Combinatorica*, 2, S. 71–78, 1982; W. Imrich: Explicit construction of regular graphs without small cycles, *Combinatorica*, 4, S. 53–59, 1984.

Graphenisomorphie und kombinatorische Approximationen: Graphenisomorphie und Orbits unter der Automorphismengruppe; *colour refinement* (Lehman–Weisfeiler), Tragweite u. Grenzen.

M. Grohe: *Descriptive Complexity, Canonisation, and Definable Graph Structure Theory*, Chapter 3: Descriptive complexity (spez. S. 76–84).

J. Cai, M. Fürer, N. Immerman: An optimal lower bound on the number of variables for graph identification, *Combinatorica*, 288, S. 389–410, 1992.

Graphenisomorphie und algebraische Approximationen: Relaxierung der algebraischen Isomorphiebedingung und Zusammenhang mit der *colour refinement*-Technik; Sätze von Perron–Frobenius und Birkhoff; Satz von Ramana–Scheinerman–Ullman.

E. Scheinerman, D. Ullmann: *Fractional Graph Theory*, Chapter 6: Fractional isomorphism. M. Grohe: *Descriptive Complexity, Canonisation, and Definable Graph Structure Theory*, Chapter 3: Descriptive complexity (spez. S. 76–84).

Algebraische Methoden in der Kombinatorik: Diverse Themen (basierend auf linearer Algebra, evtl. mit Anwendungsbezug), anhand von S. Jukna: *Extremal Combinatorics, Part III: The linear algebra method*.

Elementare algebraische Graphentheorie: Diverse Themen (basierend auf linearer Algebra), anhand von C. Godsil, G. Royle: *Algebraic Graph Theory*, Chapter 8: Matrix theory.